



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
Μονάδα Προβλέψεων & Στρατηγικής  
Forecasting & Strategy Unit

# *Τεχνικές Προβλέψεων*

## Προβλέψεις

# Παρακολούθηση

## 1 από 3

- Η επίδραση σημαντικών αλλαγών, που προέρχονται, για παράδειγμα, από προϊόντα της αγοράς ή αλλαγές στον πληθυσμό, στη ζήτηση προϊόντων ή υπηρεσιών της κάθε επιχείρησης αποτελούν μία πολύ σημαντική επιχειρηματική δραστηριότητα, που αποσκοπεί είτε στην ελαχιστοποίηση πιθανού κόστους ή στη μεγιστοποίηση του κέρδους μέσω εκμετάλλευσης ευκαιριών.
- Σε κάθε περίπτωση, οι επιχειρηματίες καλούνται να λάβουν αποφάσεις που θα έχουν ως αποτέλεσμα τη διακοπή της κανονικής παραγωγικής λειτουργίας και την αναδιάρθρωση των υπάρχοντων πόρων.
- Η παρακολούθηση των χρονοσειρών έχει ως στόχο την αυτόματη ανίχνευση σημαντικών αλλαγών στο πρότυπο της χρονοσειράς (όπως, για παράδειγμα, απότομες αυξήσεις ή μειώσεις), καθώς νέα δεδομένα γίνονται διαθέσιμα, όσο το δυνατόν συντομότερα από τη στιγμή που αυτές πραγματοποιούνται και με όσο το δυνατόν λιγότερες εσφαλμένες ανιχνεύσεις.
- Συνήθως, οι εφαρμογές παρακολούθησης γίνονται σε πολύ μεγάλο πλήθος χρονοσειρών, οπότε η χρήση αυτοματοποιημένων μεθόδων που προσφέρουν χαμηλό κόστος παρακολούθησης φαντάζει επιτακτική.
- Οι επισημασμένες χρονοσειρές μελετώνται περαιτέρω προκειμένου να συντελεσθούν οι απαραίτητες επιχειρηματικές ενέργειες.

# Παρακολούθηση

## 2 από 3

Η παρακολούθηση των χρονοσειρών είναι άμεσα συνυφασμένη με το πεδίο των προβλέψεων για δύο κυρίως λόγους.

1. Πρώτον, η ανίχνευση αλλαγών βασίζεται κυρίως στο σφάλμα ακρίβειας που προέκυψε από προέκταση της χρονοσειράς στο μέλλον. Αρκετές έρευνες μελετούν τη σχέση που υπάρχει μεταξύ της ακρίβειας πρόβλεψης χρονοσειρών και της επιτυχίας ανίχνευσης σημαντικών αλλαγών στο πρότυπο της χρονοσειράς.
2. Δεύτερον, η παρακολούθηση των χρονοσειρών είναι (ή θα πρέπει να είναι) βασική συνιστώσα στα συστήματα επιχειρηματικών προβλέψεων που εγκαθίστανται στις επιχειρήσεις, καθώς, όταν η εφαρμογή απλών προβλεπτικών μεθόδων καταλήγει σε μεγάλα σφάλματα πρόβλεψης, απαιτούνται επιχειρηματικές παρεμβάσεις.

Ακόμα, δεν είναι τυχαίο το γεγονός πως η εξέλιξη των μεθόδων παρακολούθησης ήταν κυρίως έργο ερευνητών που προέρχονταν από το πεδίο των προβλέψεων.

# Παρακολούθηση

## 3 από 3

- Ο βασικός στόχος της πρόβλεψης είναι η εκτίμηση της μελλοντικής μέσης τιμής, λαμβάνοντας υπόψη την τάση, μέσω κατάλληλων παραμέτρων του μοντέλου, και υποθέτοντας πως δε θα συντελεστεί για το ζητούμενο ορίζοντα πρόβλεψης κάποια σημαντική (διαρθρωτική) αλλαγή στο πρότυπο των δεδομένων.
- Όταν παρατηρηθεί ένα σχετικά μεγάλο σφάλμα στη σειρά των προβλέψεων ή όταν μία σειρά από συνεχόμενα σφάλματα έχουν την ίδια κατεύθυνση (το ίδιο πρόσημο), δηλώνοντας, με τον τρόπο αυτό, πρόβλεψη που χαρακτηρίζεται από μεροληψία, είναι αρκετά πιθανή η ύπαρξη μιας αλλαγής στο πρότυπο της χρονοσειράς, η οποία χρήζει περαιτέρω έρευνας και ελέγχου από τη σκοπιά του διευθυντή.
- Οι μέθοδοι εκθετικής εξομάλυνσης θα προσαρμόσουν τις προβλέψεις τους με καθυστέρηση μίας περιόδου έπειτα από την ολοκλήρωση της αλλαγής του προτύπου, αλλά τα σφάλματα της πρόβλεψης στις ενδιάμεσες περιόδους είναι αρκετά ώστε να επιτευχθεί η ανίχνευση της διαρθρωτικής αλλαγής στο πρότυπο των δεδομένων.

# Μέθοδος Παρακολούθησης Brown

Η μέθοδος Brown  $k$ -περιόδων για την περίοδο  $n$  υπολογίζεται ως το απόλυτο πηλίκο του αθροίσματος των σφαλμάτων πρόβλεψης της περιόδου  $n$  και των  $k-1$  προηγούμενων περιόδων προς την εκθετικά εξομαλυμένη μέση απόκλιση των απόλυτων σφαλμάτων στην περίοδο  $n$ , ως εξής:

$$\begin{aligned} \text{Brown}_k &= \left| \frac{\text{CUSUM}_n^k}{\text{MAD}_n} \right| \\ &= \left| \frac{\sum_{t=n-k+1}^n e_t}{(1-\beta)^n \cdot e_0 + \sum_{t=1}^n \beta \cdot (1-\beta)^{n-t} \cdot |e_t|} \right| \end{aligned}$$

- Όπου  $\beta$  είναι η παράμετρος εξομάλυνσης του παρανομαστή για τη μέθοδο του Brown.
- Επίσης, το  $e_0$  αποτελεί την αρχικοποίηση για το δείκτη  $MAD$  και υπολογίζεται σύμφωνα με τον ακόλουθο τύπο:

$$e_0 = \frac{\sum_{t=1}^6 |e_t|}{6}$$

# Μέθοδος Παρακολούθησης Brown

- Η μέθοδος που προτάθηκε αρχικά από τον Brown (1959; 1963) πρότεινε τον υπολογισμό του δείκτη *CUSUM* για το σύνολο των περιόδων της χρονοσειράς (από την αρχή αυτής).
- Όμως, ο Trigg (1964) παρατήρησε πως, αν δε συντελεστεί επαναφορά του δείκτη *CUSUM* αμέσως μετά από μία σημαντική αλλαγή του προτύπου της χρονοσειράς, ενδέχεται η μέθοδος να παράγει ως έξοδο λανθασμένες ανιχνεύσεις σημαντικών αλλαγών, αφού το συσσωρευτικό άθροισμα θα περιλαμβάνει τα μεγάλα σφάλματα που υπολογίστηκαν στις προηγούμενες περιόδους.
- Αυτή ακριβώς η παρατήρηση αποτέλεσε και την πρωταρχική ώθηση για την ανάπτυξη της μεθόδου παρακολούθησης του Trigg, η οποία ενσωματώνει εκθετική εξομάλυνση και στον αριθμητή, προκειμένου να μειώνει σημαντικά την επίδραση σφαλμάτων πρόβλεψης παλαιότερων χρονικών περιόδων.
- Παρά ταύτα, προτάθηκαν κατά καιρούς και άλλες μέθοδοι βασισμένες στον υπολογισμό του δείκτη *CUSUM* για ένα ή περισσότερα εύρη δεδομένων ( $k$ ), σε αντίθεση με ένα άθροισμα για το σύνολο των δεδομένων, ώστε να επιλύεται το πρόβλημα της επαναφοράς.
- Οι μέθοδοι αυτές ολοκληρώνονται με ταυτόχρονο υπολογισμό και παρακολούθηση πολλών δεικτών  $Brown_k$ , ανάλογα με τον αριθμό των μηκών των χρονικών διαστημάτων που επιλέγονται προς παρακολούθηση. Η τιμή της παραμέτρου  $k$  συνήθως κυμαίνεται από μία έως πέντε χρονικές περιόδους.

# Μέθοδος Παρακολούθησης Trigg

- Η μέθοδος παρακολούθησης του Trigg προκύπτει από αντικατάσταση του δείκτη *CUSUM* στον αριθμητή της μεθόδου Brown με ένα εκθετικά εξομαλυμένο άθροισμα σφαλμάτων πρόβλεψης  $E_n$ :

$$\begin{aligned} \text{Trigg}_n &= \left| \frac{E_n}{\text{MAD}_n} \right| \\ &= \left| \frac{\sum_{t=1}^n \alpha \cdot (1 - \alpha)^{n-t} \cdot e_t}{(1 - \beta)^n \cdot e_0 + \sum_{t=1}^n \beta \cdot (1 - \beta)^{n-t} \cdot |e_t|} \right| \end{aligned}$$

- Όπου  $\alpha$  είναι η παράμετρος εξομάλυνσης του αριθμητή.
- Όπως αναφέρθηκε, η εξομάλυνση στον αριθμητή επιτρέπει στο δείκτη να εφαρμόζει μειωμένα βάρη στα σφάλματα καθώς μεγαλώνει η χρονική τους υστέρηση από τις τρέχουσες περιόδους.
- Η αλλαγή αυτή προκαλεί στο δείκτη αυτόματη επαναφορά, με μία μικρή χρονική υστέρηση, μετά την ανίχνευση της αλλαγής του προτύπου.
- Αξίζει να σημειωθεί πως η μέθοδος του Trigg με παράμετρο εξομάλυνσης αριθμητή  $\alpha=1$  συμπίπτει με την μέθοδο του Brown αν θέσουμε  $k=1$ .

# Παράμετροι εξομάλυνσης

- Αναφορικά με τις τιμές που λαμβάνουν οι παράμετροι εξομάλυνσης  $\alpha$  και  $\beta$  των μεθόδων παρακολούθησης, οι Gardner (1983) και Golder και Settle (1976) αρχικά πρότειναν να λαμβάνουν την ίδια τιμή, ίση με τη βέλτιστη παράμετρο εξομάλυνσης για τη μέθοδο εκθετικής εξομάλυνσης σταθερού επιπέδου.
- Επίσης, εξετάσθηκε η περίπτωση να διαφέρουν από την παράμετρο εξομάλυνσης της πρόβλεψης, αλλά να εξακολουθούν να λαμβάνουν μία κοινή τιμή (Gardner, 1985).
- Η έρευνα του McClain (1988), τέλος, έδειξε πως η επιλογή διαφορετικών παραμέτρων εξομάλυνσης σε αριθμητή και παρανομαστή έχει γενικά καλύτερα αποτελέσματα, συνιστώντας χαμηλότερες τιμές για την παράμετρο  $\beta$ .
- Γενικά, οι παράμετροι εξομάλυνσης  $\alpha$  και  $\beta$  επιλέγονται ούτως ώστε:

$$0,05 \leq \alpha \leq 1$$

$$0,05 \leq \beta \leq 0,5$$

$$\beta \leq \alpha$$



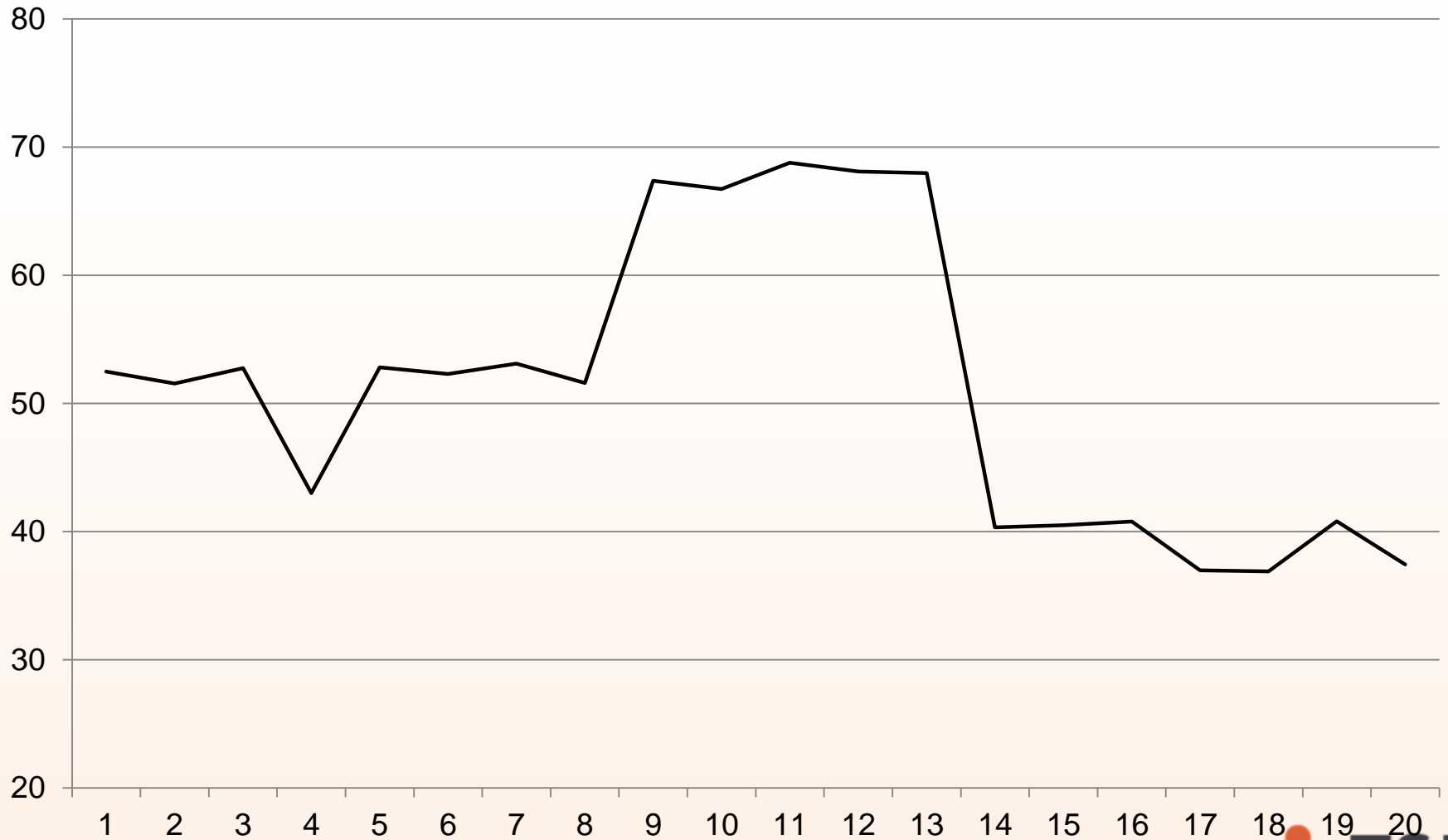
# Ανίχνευση αλλαγών

- Η ανίχνευση σημαντικών αλλαγών, σύμφωνα με τις μεθόδους των Brown και Trigg, επιτυγχάνεται για τη χρονική περίοδο όπου ο δείκτης που υπολογίζεται σύμφωνα με κάθε μέθοδο υπερβεί ένα συγκεκριμένο όριο (κατώφλι ή *threshold*) ενεργοποίησης.
- Η αλλαγή της τιμής του ορίου αυτού συνεπάγεται τροποποίηση της ευαισθησίας της εκάστοτε μεθόδου.
- Στην πράξη, εφαρμόζονται συνήθως οι ακόλουθες σχέσεις ενεργοποίησης, ανάλογα με την επιλεγμένη μέθοδο παρακολούθησης:

if ( $Brown_k > 0.5$ ) then "*Structural Change Detected*"

if ( $Trigg > 0.5$ ) then "*Structural Change Detected*"

# Παράδειγμα



# Παράδειγμα

Περίοδος	Δεδομένα	Προβλέψεις
t/n	$Y_t$	$F_t$
1	52,474	52,256
2	51,543	52,365
3	52,749	51,954
4	43,000	52,352
5	52,806	47,676
6	52,298	50,241
7	53,092	51,269
8	51,583	52,181
9	67,362	51,882
10	66,731	59,622
11	68,770	63,177
12	68,079	65,973
13	67,968	67,026
14	40,321	67,497
15	40,491	53,909
16	40,790	47,200
17	36,985	43,995
18	36,897	40,490
19	40,801	38,693
20	37,441	39,747

$$e_t = Y_t - F_t$$

$$S_t = S_{t-1} + \alpha \cdot e_t$$

$$F_{t+1} = S_t$$

$$F_{t+1} = \alpha \cdot Y_t + (1 - \alpha) \cdot F_t$$

# Παράδειγμα

Περίοδος	Δεδομένα	Προβλέψεις	Σφάλματα
t/n	$Y_t$	$F_t$	$e_t$
1	52,474	52,256	0,219
2	51,543	52,365	-0,822
3	52,749	51,954	0,795
4	43,000	52,352	-9,352
5	52,806	47,676	5,130
6	52,298	50,241	2,057
7	53,092	51,269	1,823
8	51,583	52,181	-0,598
9	67,362	51,882	15,480
10	66,731	59,622	7,110
11	68,770	63,177	5,593
12	68,079	65,973	2,106
13	67,968	67,026	0,942
14	40,321	67,497	-27,176
15	40,491	53,909	-13,418
16	40,790	47,200	-6,411
17	36,985	43,995	-7,010
18	36,897	40,490	-3,593
19	40,801	38,693	2,107
20	37,441	39,747	-2,306

$$e_i = Y_i - F_i$$

# Παράδειγμα

Περίοδος	Δεδομένα	Σφάλματα	Αριθμητής
t/n	$Y_t$	$e_t$	$E_n$
1	52,474	0,219	0,044
2	51,543	-0,822	-0,129
3	52,749	0,795	0,056
4	43,000	-9,352	-1,826
5	52,806	5,130	-0,435
6	52,298	2,057	0,064
7	53,092	1,823	0,415
8	51,583	-0,598	0,213
9	67,362	15,480	3,266
10	66,731	7,110	4,035
11	68,770	5,593	4,347
12	68,079	2,106	3,898
13	67,968	0,942	3,307
14	40,321	-27,176	-2,790
15	40,491	-13,418	-4,915
16	40,790	-6,411	-5,214
17	36,985	-7,010	-5,573
18	36,897	-3,593	-5,177
19	40,801	2,107	-3,720
20	37,441	-2,306	-3,438

$$\text{Trigg}_n = \left| \frac{E_n}{\text{MAD}_n} \right|$$

$$= \left| \frac{\sum_{t=1}^n \alpha \cdot (1 - \alpha)^{n-t} \cdot e_t}{(1 - \beta)^n \cdot e_0 + \sum_{t=1}^n \beta \cdot (1 - \beta)^{n-t} \cdot |e_t|} \right|$$

$$E_1 = \sum_{t=1}^1 \alpha \cdot (1 - \alpha)^{1-t} \cdot e_t = 0,2 \cdot (1 - 0,2)^0 \cdot e_1$$

$$\Rightarrow E_1 = 0,2 \cdot 1 \cdot 0,219 = 0,044$$

$$E_2 = \sum_{t=1}^2 \alpha \cdot (1 - \alpha)^{2-t} \cdot e_t$$

$$= 0,2 \cdot (1 - 0,2)^1 \cdot e_1 + 0,2 \cdot (1 - 0,2)^0 \cdot e_2$$

$$\Rightarrow E_2 = 0,2 \cdot 0,8 \cdot 0,219 + 0,2 \cdot 1 \cdot (-0,822) = -0,129$$

# Παράδειγμα

Περίοδος	Δεδομένα	Σφάλματα	Παρονομαστής
t/n	$Y_t$	$e_t$	$MAD_n$
1	52,474	0,219	2,494
2	51,543	-0,822	2,159
3	52,749	0,795	1,887
4	43,000	-9,352	3,380
5	52,806	5,130	3,730
6	52,298	2,057	3,395
7	53,092	1,823	3,081
8	51,583	-0,598	2,584
9	67,362	15,480	5,163
10	66,731	7,110	5,552
11	68,770	5,593	5,561
12	68,079	2,106	4,870
13	67,968	0,942	4,084
14	40,321	-27,176	8,702
15	40,491	-13,418	9,645
16	40,790	-6,411	8,999
17	36,985	-7,010	8,601
18	36,897	-3,593	7,599
19	40,801	2,107	6,501
20	37,441	-2,306	5,662

$$\text{Trigg}_n = \left| \frac{E_n}{MAD_n} \right|$$

$$= \left| \frac{\sum_{t=1}^n \alpha \cdot (1 - \alpha)^{n-t} \cdot e_t}{(1 - \beta)^n \cdot e_0 + \sum_{t=1}^n \beta \cdot (1 - \beta)^{n-t} \cdot |e_t|} \right|$$

$$e_0 = \frac{\sum_{t=1}^6 |e_t|}{6} = 3,06$$

$$MAD_1 = (1 - \beta)^1 \cdot e_0 + \sum_{t=1}^1 \beta \cdot (1 - \beta)^{1-t} \cdot |e_t|$$

$$\Rightarrow MAD_1 = 0,8 \cdot 3,06 + 0,2 \cdot (1 - 0,2)^0 \cdot |0,219| = 2,494$$

$$MAD_2 = (1 - \beta)^2 \cdot e_0 + \sum_{t=1}^2 \beta \cdot (1 - \beta)^{2-t} \cdot |e_t|$$

$$\Rightarrow MAD_2 = 0,8^2 \cdot 3,06 + 0,2 \cdot (1 - 0,2)^1 \cdot |0,219|$$

$$+ 0,2 \cdot (1 - 0,2)^0 \cdot |-0,822| = 2,159$$

# Παράδειγμα

Περίοδος	Δεδομένα	Αριθμητής	Παρονομαστής	Δείκτες
t/n	$Y_t$	$E_n$	$MAD_n$	$Trigg_n$
1	52,474	0,044	2,494	0,018
2	51,543	-0,129	2,159	0,060
3	52,749	0,056	1,887	0,029
4	43,000	-1,826	3,380	0,540
5	52,806	-0,435	3,730	0,117
6	52,298	0,064	3,395	0,019
7	53,092	0,415	3,081	0,135
8	51,583	0,213	2,584	0,082
9	67,362	3,266	5,163	0,633
10	66,731	4,035	5,552	0,727
11	68,770	4,347	5,561	0,782
12	68,079	3,898	4,870	0,801
13	67,968	3,307	4,084	0,810
14	40,321	-2,790	8,702	0,321
15	40,491	-4,915	9,645	0,510
16	40,790	-5,214	8,999	0,579
17	36,985	-5,573	8,601	0,648
18	36,897	-5,177	7,599	0,681
19	40,801	-3,720	6,501	0,572
20	37,441	-3,438	5,662	0,607

$$Trigg_n = \left| \frac{E_n}{MAD_n} \right|$$

$$Trigg_1 = \left| \frac{E_1}{MAD_1} \right| = \left| \frac{0,044}{2,494} \right| = 0,018$$

$$Trigg_2 = \left| \frac{E_2}{MAD_2} \right| = \left| \frac{-0,129}{2,159} \right| = 0,060$$

# Παράδειγμα

Περίοδος	Δεδομένα	Δείκτες	Ανίχνευση
t/n	$Y_t$	Trigg <sub>n</sub>	
1	52,474	0,018	OXI
2	51,543	0,060	OXI
3	52,749	0,029	OXI
4	43,000	0,540	NAI
5	52,806	0,117	OXI
6	52,298	0,019	OXI
7	53,092	0,135	OXI
8	51,583	0,082	OXI
9	67,362	0,633	NAI
10	66,731	0,727	NAI
11	68,770	0,782	NAI
12	68,079	0,801	NAI
13	67,968	0,810	NAI
14	40,321	0,321	OXI
15	40,491	0,510	NAI
16	40,790	0,579	NAI
17	36,985	0,648	NAI
18	36,897	0,681	NAI
19	40,801	0,572	NAI
20	37,441	0,607	NAI

if (Trigg > 0.5) then "*Structural Change Detected*"